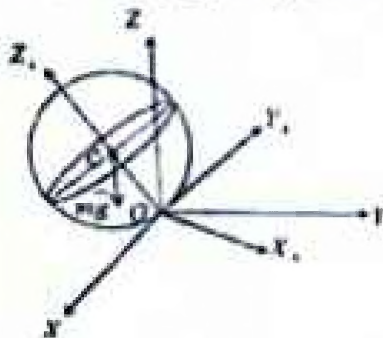


السؤال الأول: (28 درجة):

انظر الشكل المجاور تجد فيه كرة مصنوعة من مادة نصف قطرها r وثقلها m تتحرك حول النقطة الثابتة O من سطحها. إذا علمت أن $I_C = \frac{3mr^2}{5}$ و أن الحركة تتم بدون احتكاك. فالمطلوب:

1. إيجاد الوسطاء المستقلة للتحريك ووضع هذه التكر، ثم نقل الشكل المجاور على ورقة الإجابة و اكمله بحيث تظهر فيه الوسطاء المستقلة لثمة التكر وكذلك كتابة القوى (الفعلة والفاعلة) المؤثرة على الكرة.
2. اكتب ما يلي:
(a) الطاقة الحركية للكرة وأصل القوى المؤثرة على الكرة.
(b) الزخم الحركي للكرة وعزوم القوى المؤثرة على الكرة.
(c) كمية الحركة للكرة.



السؤال الثاني: (22 درجة): أجب عن أحد السؤالين التاليين:

1. أثبت صحة العلاقة التالية:

$$T(S|O) = \frac{1}{2} m(\vec{V}(C|O))^2 + T(S|C)$$

حيث $S = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ مجموعة مادية كتلتها m_i حيث $i = \{1, 2, \dots, n\}$ مبدأ جملة المعقونة لظرفية ثابتة و C مركز كتل المجموعة S و $\vec{V}(C|O)$ متجه سرعة C و $m = \sum_{i=1}^n m_i$

2. نعرض مجموعة مادية تتحرك في المستوى الشاقولي مكونة مما يلي: S قرص دائري متجانس كتلته m ونصف قطره r يحلله الدوران بدون احتكاك حول مركز كتله الثابت O في المستوى الشاقولي وخط مهمل الكتلة طوله L محيط بالجزء العلوي من محيط القرص. وجسمين S_1, S_2 معلقان بطرفي المحيط حيث كتلة S_1 هي $m_1 = \frac{m}{9}$ وكتلة S_2 هي $m_2 = \frac{m}{9}$. كما نفترض أن هذه المجموعة بدأت حركتها بدون سرعة ابتدائية و أن الجسمين S_1, S_2 كذا في لحظة بدء الحركة على ألق واحد، وأن المحيط لا ينزلق على محيط القرص. المطلوب:
(a) ارسم الشكل المناسب مبيهاً عباره كتلة القوى (الفعلة والفاعلة) المؤثرة على المجموعة مع إظهار كتلة الوسطاء التي تكفي لتحين وضع هذه المجموعة.
(b) أوجد تسارع الجسم الهابط.
(c) أوجد كلاً من لوني شد المحيط المؤثرين على كل من الجسمين S_1, S_2 .

السؤال الثالث: (27 درجة):

لنبداً O, A قضيب متجانس كتلته m وطوله l متصل من طرفه O بفصل ثابت يتيح له الحركة في المستوى الشاقولي OXY حول المحور الأفقي OZ المتعامد للمستوي الشاقولي OXY تحت تأثير ثقله فقط وحيث OX شاقولي هابط المطلوب:

1. ماهي الوسطاء المستقلة للحركة مع تحينها على الرسم.
2. أوجد المعادلة التفاضلية للحركة علماً أن $I_{Ox} = \frac{ml^2}{3}$.
3. أوجد القانون الزمني للحركة علماً أنه في لحظة البدء $t = 0$ ترك القضيب لتتحرك بدون سرعة ابتدائية عندما كان يصنع مع المحور الشاقولي الهابط زاوية قدرها $\frac{\pi}{4}$.
4. أوجد مركبت رد الفعل في O على محور المحطة المتوسطة مع التحين.

السؤال الرابع: (23 درجة):

لنبداً جسم صلب كروي يدور حول مركز كتله ومنتسب إلى جملة محاور أساسية لخططة متعامكة معه، ويحقق $B = C = 0$ المطلوب:

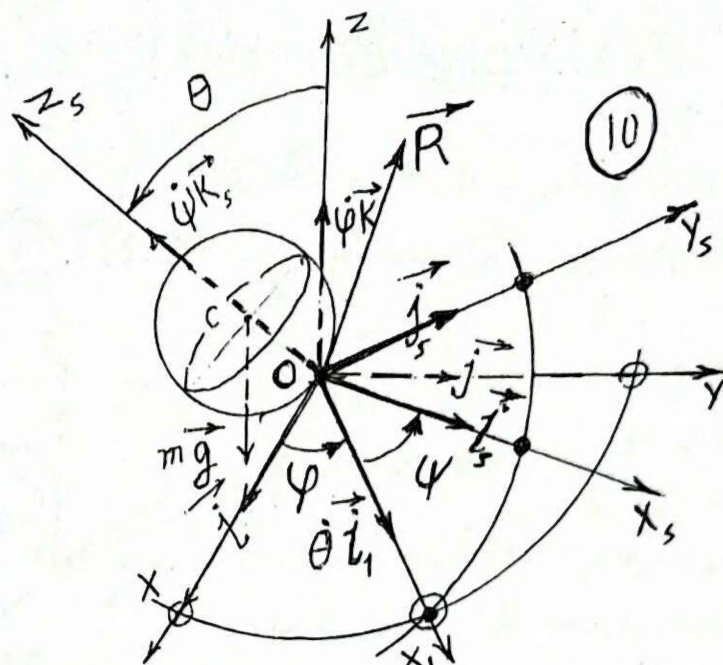
1. اكتب معدلات أويلر التفاضلية في هذه الحالة.
2. أوجد التفاضلات الأولية بدلالة p, q, r .
3. أوجد p, q, r بدلالة الزمن t .

ناتج الأسئلة

١/٣

سلم تلاميذ امتحان مقدر « ميكانيك ٣ »
 قسم رياضيات ١١/٤/٢٠١٨

28



ط : إيجاد الوسطاء،
 المتصلة الكافية
 لتعيين وضع الكرة
 وهي : الزاوية :
 $\varphi = (\hat{Ox}, \hat{Ox}_s)$
 زاوية الدوران
 الذاتي :
 $\psi = (\hat{Ox}_s, \hat{Ox}_s)$
 زاوية التارج :
 $\theta = (\hat{Oz}, \hat{Oz}_s)$

حيث Ox, y, z ثلاثة مقارنت نظامية ثابتة و Ox_s, y_s, z_s جملة مقارنت
 نظامية متحركة مع الكرة. Ox_s خط الأفق (المفصل المشترك للمعينين
 الأفقيين Ox, y والمائل عن الأفق Ox_s, y_s ،
 والقوى الخارجية : الثقل mg ورد فعل المفصل O وهو القوة R محمولة
 في O .
 ط : إيجاد الطاقة الحركية للكرة والوصول في النهاية إلى الجواب

$$(10) \quad 2T_0 = \frac{7}{5} m r^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{2}{5} m r^2 (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta)^2$$

b : إيجاد العزم الحركي للكرة بالنسبة لـ O والذي هو :

$$\vec{L}_O = \frac{7}{5} m r^2 [(\dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi) \vec{I}_r + (-\dot{\theta} \sin \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi) \vec{J}_r] +$$

$$(5) \quad + \frac{2}{5} m r^2 (\dot{\psi} + \dot{\varphi} \cos \theta) \vec{K}_r$$

$$\vec{M}_{O,R} = 0, \quad \vec{M}_{O,mg} = mgr (\cos \varphi \vec{I}_r + \sin \varphi \vec{J}_r) \sin \theta$$

$$\vec{P}(s) = m r^2 (-\dot{\theta} \sin \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi) \vec{I}_r - (\dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi) \vec{J}_r$$

و. هـ .

$$\frac{1}{\mu_0}$$

٥ : سؤالين يختار الطالب الإجابة على أحدهما فقط :


$$: T(s/o) = \frac{m}{2} [\vec{V}(c/o)]^2 + T(s/c) \quad \text{المعادلة (1) إثباته$$

تجزأ إلى مراحل:

- من تعريف الطاقة الحركية لمجموعة مادية ، نكتب :

$$\textcircled{3} T(s/o) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}(A_i/o)^2; \vec{V}(A_i/o) = \frac{d}{dt} \vec{OA_i}$$

- الرسم الماعى :

(3) 

لرسم الماعد :
 صبة $OXYZ$ جملة
 مقارنة ثابتة نظامية
 صبة O ونقطة R_0 افتراضاً O
 جملة $CXYZ$ مقارنة نظامية صبة C
 ونقطة R_c افتراضاً C ، ونشأت عن الأولى بإسقاط \vec{OC} .

— علاقة متجهية :

$$\vec{OA_i} = \vec{OC} + \vec{CA} \Rightarrow \vec{V}(A_i/o) = \vec{V}(C/o) + \vec{V}(A_i/c)$$

والتقويض في المرحلة الأولى والحصول :

$$T(S/O) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}(C/O)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}(A_i/C)^2 + \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}(C/O) \cdot \vec{V}(A_i/C)$$

- من تعريف الطاقة الحركية لنقطة كتلتها m_i نحصل على $m = \sum m_i$ نعلم أنه يمكن كتابة

$$T(c/o) = \frac{1}{2} m \dot{V}(c/o)^2, \quad m = \sum_{i=1}^n m_i$$

④ و من تعريف الطاقة الحركية في R_c نكتب :

$$T(s/c) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{V}(A_i/c)^2$$

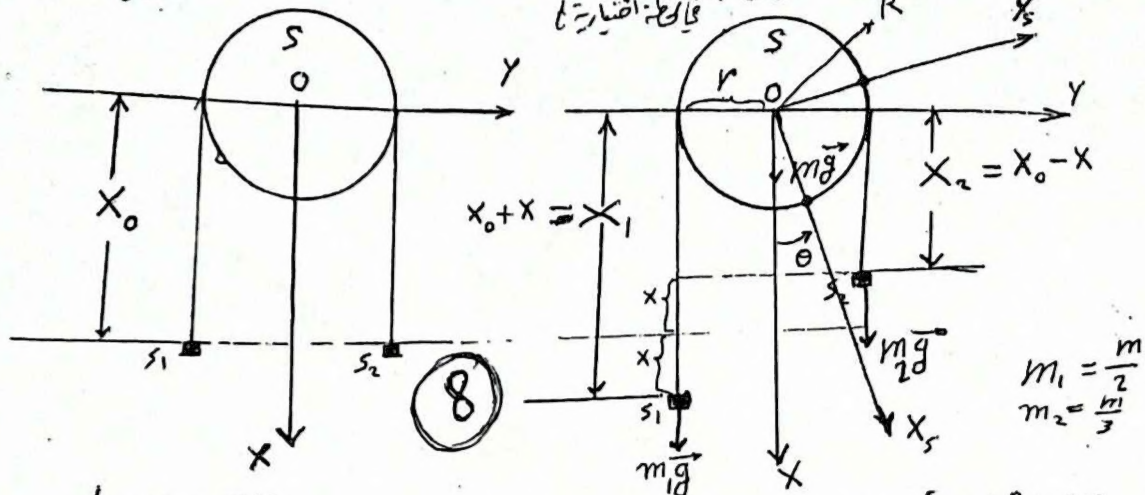
$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{V}(C/O) \vec{V}(A_i/C) = 0 \quad (3) \quad \text{أما إذا} -$$

١- المقويين (مرحلة رابعة وخامسة) في الثالثة شخصي

$$T(s/o) = \frac{m}{2} \vec{V}(c/o)^2 + T(s/c) \quad (2)$$

ف. ه. ج.

ط: a الرسم بالتفصيل: وضع المحمودة أثناء الحركة



$$L = 2x_0 + \pi r$$

مع اثبات أن لهذه المجموعة وسط مستقل واحد يمكن اختيار X أو θ
(أو بعبارة أخرى X_1 أو X_2 أو θ) ونحن سنختاره X .

ط b: الجار تارعم الجمع الهابط s، والذي يجب أن يكون على ثلاث مراحل:

مرحلة أولى حساب العزم المرنى لكل المجموع المادية وهو :

$$\vec{G}_0 = \frac{4}{3} m r \dot{X}_1 \vec{K} \quad (5)$$

مرحلة ثالثة حساب

مرحلة ثانية: حساب مجموع عزوم القوى المؤثرة وهو يجب أن يكون:

$$\vec{M}_O m_1 \vec{g} + \vec{M}_O m_2 \vec{g} = \frac{m}{6} \vec{r} g$$

مرحلة ثالثة: تطبيق نظرية العزم

(3) $\vec{M}_O \vec{R} + \vec{M}_O m_1 \vec{g} + \vec{M}_O m_2 \vec{g} = \frac{m}{6} \vec{r} g$

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_{i=1}^n \text{Mom}_O \vec{F}_i$$

و نفرض الأولى والثانية في الحالة فحصل على

$$\ddot{X} = \frac{3}{4}g \quad \text{أو} \quad \ddot{X}_1 = \frac{3}{4}g \quad (2)$$

نطبق نظرية الحركية

ط C: نطبق نظرية القيمة الحرة على s_1 ويجب أن نصل على

والا اتجاه دو ما نحو الأعلى
أي :
نطبق نظرية كمية الحركة على T_1 فنحصل على
د. ص. ح.
 $T_1 = \frac{m}{8} g$ و $\vec{T}_1 = |\vec{T}_1|$
 $\vec{T}_1 = -\frac{m}{8} g \vec{i}$
 $T_2 = \frac{7m}{12} g$ و $|\vec{T}_2| = T_2 \Rightarrow \vec{T}_2 = -\frac{7m}{12} \vec{i}$